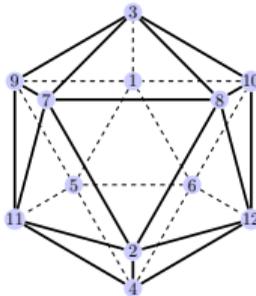


# 8 - Iterated Local Search (ILS) & Variable Neighborhood Search (VNS)

Alexandre Checoli Choueiri

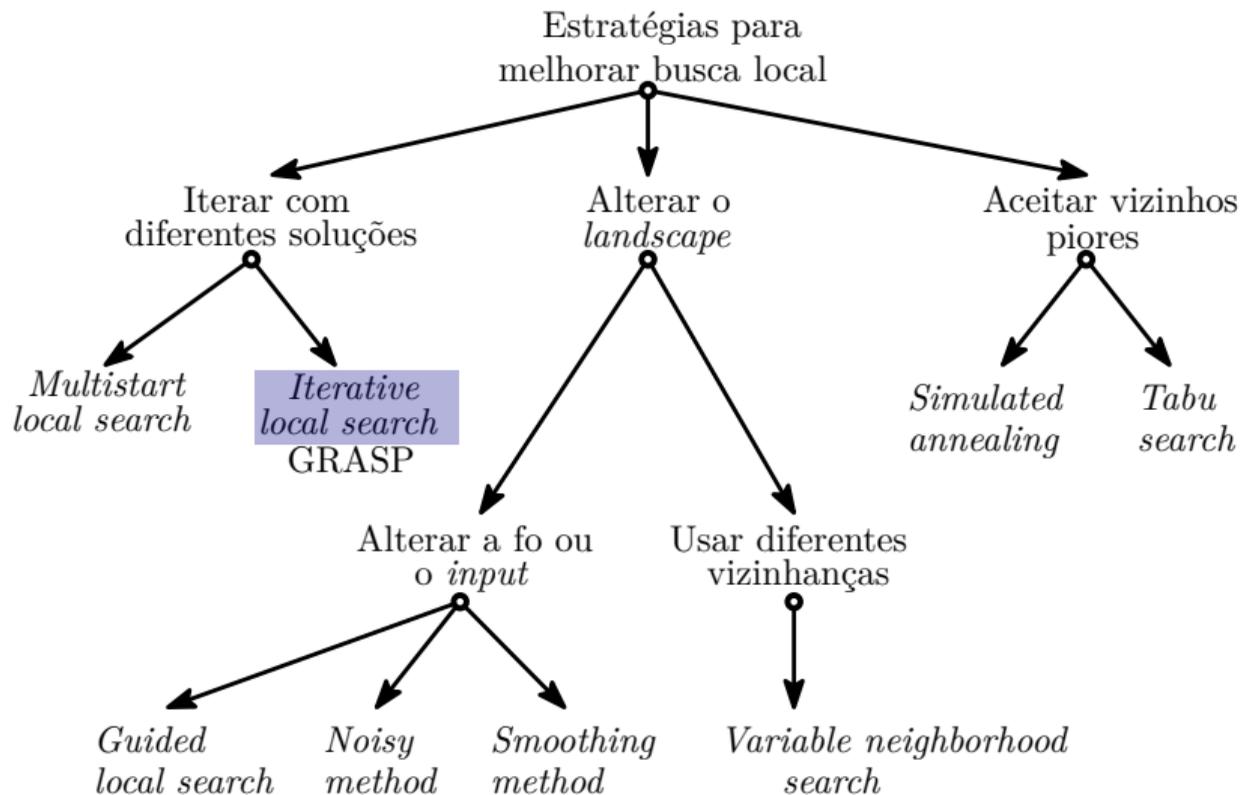
16/04/2023



- ① Iterated Local Search (ILS) - A idéia geral
- ② ILS No *fitness landscape*
- ③ ILS - Pseudocódigo e design
- ④ Variable Neighborhood Search (VNS) - A ideia geral
- ⑤ VND No *fitness landscape*
- ⑥ VND - Pseudocódigo
- ⑦ Atividades

## Iterated Local Search (ILS) - A idéia geral

# ILS - A idéia geral



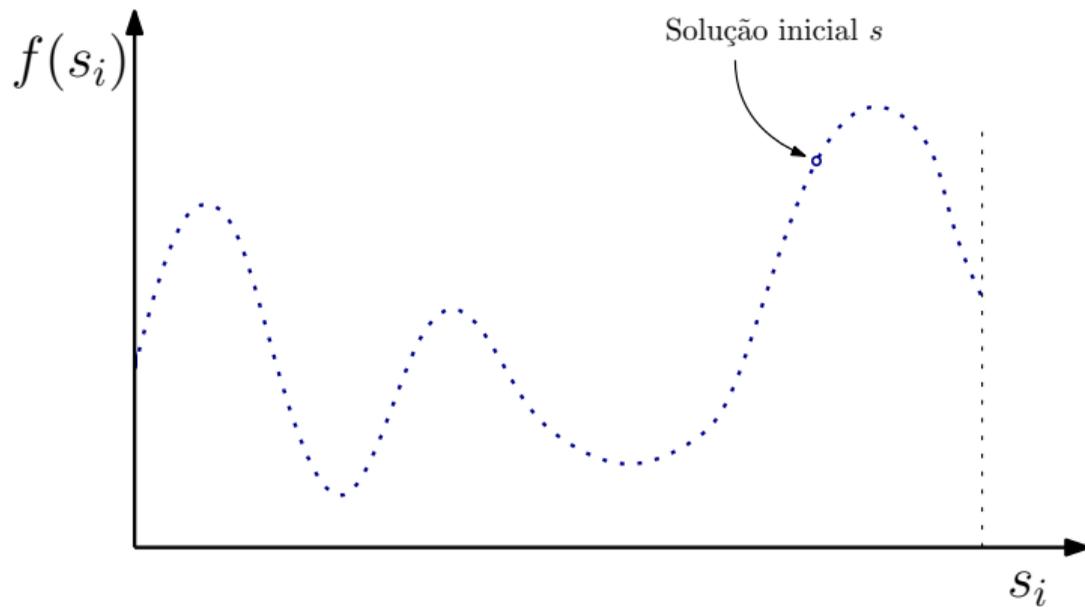
## ILS - A idéia geral

A qualidade do **ótimo local** obtido pela busca local é muito dependente da escolha da solução inicial, como já havíamos mencionado. A idéia do ILS (*Iterated Local Search* - busca local iterativa) é **gerar diversas soluções** iniciais com alta variabilidade, e aplicar um **componente de intensificação** (como a busca local) em cada uma delas.

Na prática, **o ILS não gera soluções aleatórias iniciais**, mas sim aplica um componente de **perturbação** no ótimo local e reaplica a **intensificação**. Dessa forma busca-se manter alguma parte do ótimo local encontrado, porém "jogá-lo" para uma outra região do *fitness-landscape*.

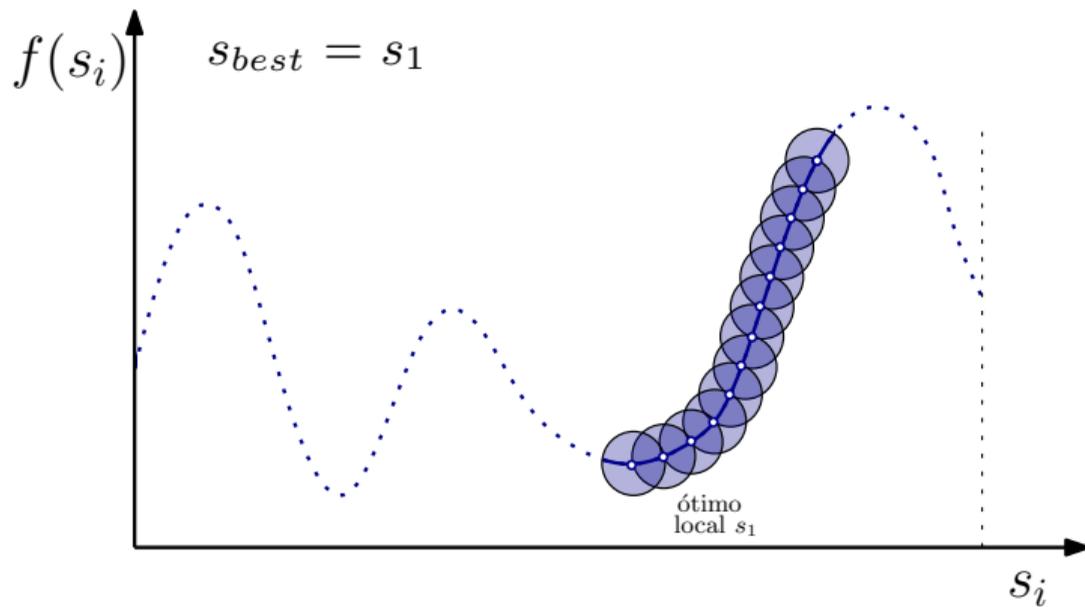
## ILS No *fitness landscape*

## No *fitness landscape*



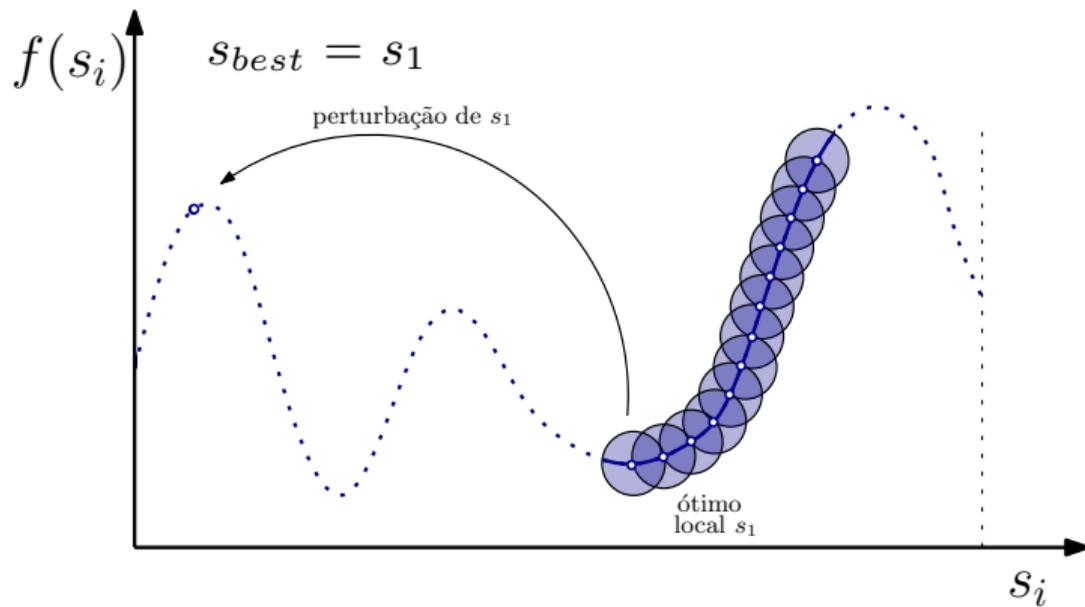
Inicialmente geramos uma solução inicial.

## No fitness landscape



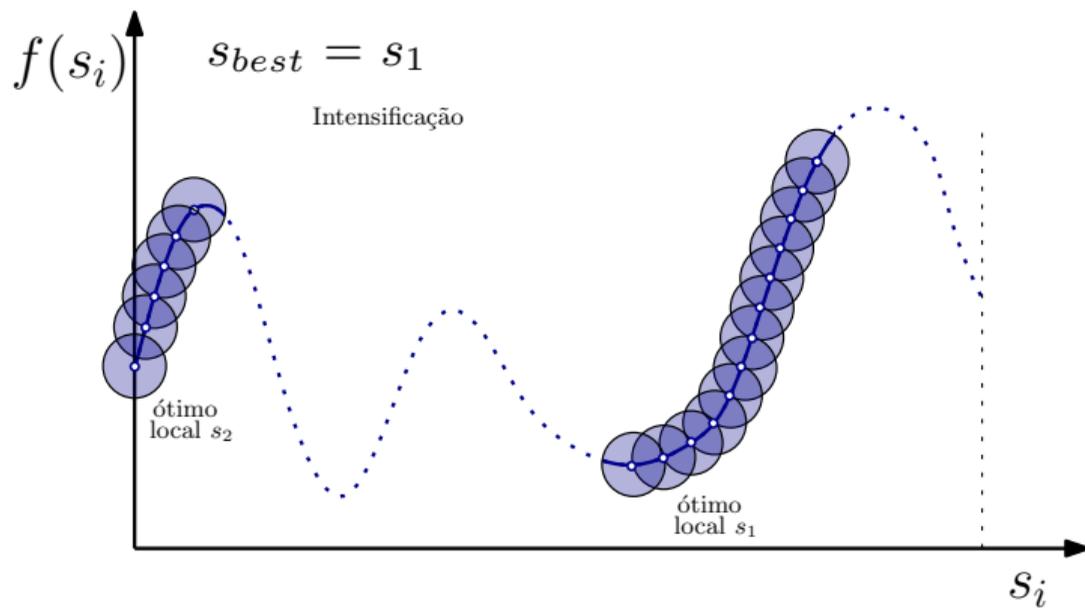
E aplicamos um componente de intensificação (como a **busca local**).

## No *fitness landscape*



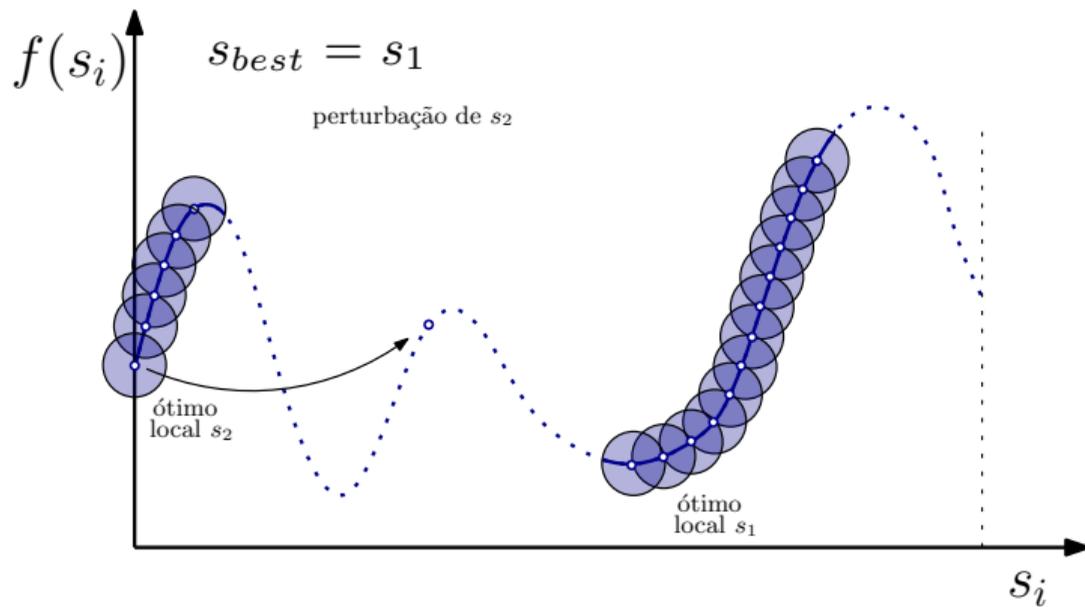
Em seguida perturbamos o ótimo local, mandando-o a outra região do *fitness landscape*.

## No fitness landscape



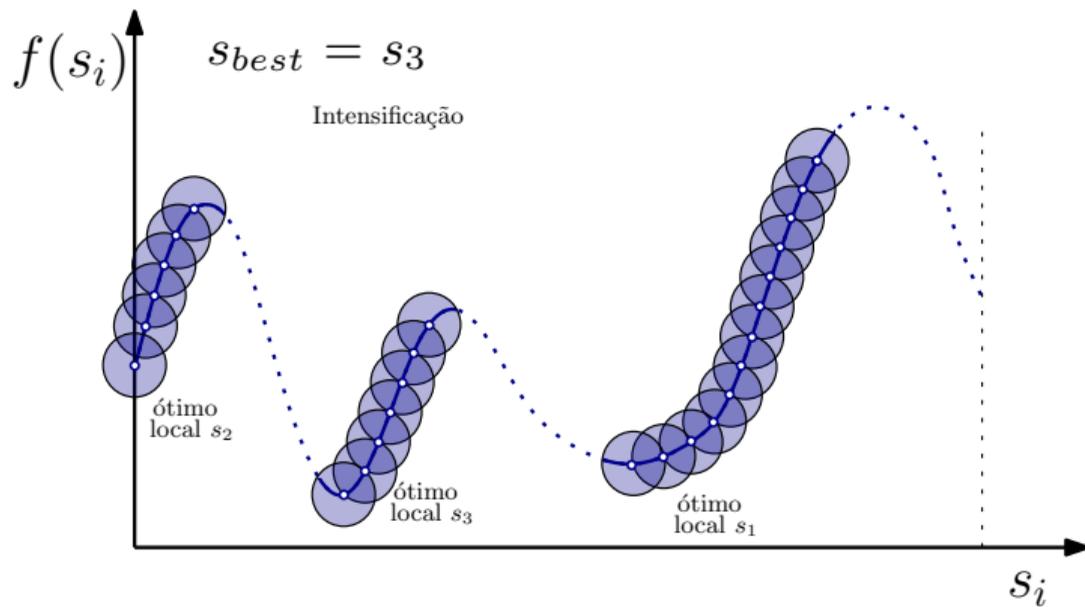
E o componente de intensificação é novamente aplicado.

## No fitness landscape



O processo é repetido por um **número determinado** de iterações.

## No fitness landscape



E sempre a melhor solução até o momento deve ser armazenada.

# ILS - Pseudocódigo e design

# Pseudocódigo

Abaixo segue um pseudocódigo template do ILS.

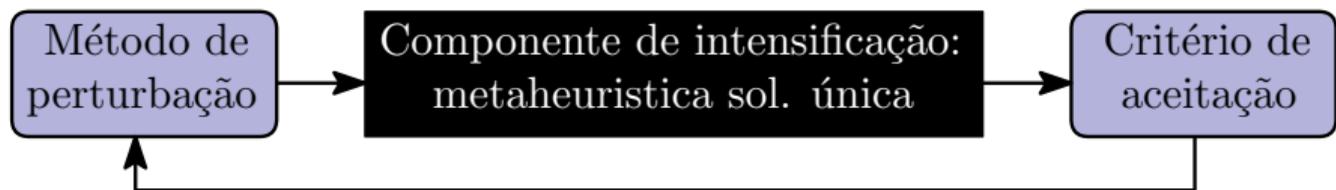
---

## Algorithm 1 Template genérico ILS

---

```
 $s_0 = \text{GeraSolInicial}()$  ▷ Gera uma solução inicial  
 $s_* = \text{Intensificacao}(s_0)$  ▷ Busca local  
 $s_{best} = s_*$   
repeat  
   $s' = \text{PerturbaSol}(s_*)$   
   $s'_* = \text{Intensificacao}(s')$   
   $s_* = \text{CriterioDeAceite}(s_*, s'_*)$  ▷ Aceita  $s'_*$  ou não  
  if  $f(s'_*) < f(s_{best})$  then  
     $s_{best} = s'_*$   
  end if  
until Criterio de parada  
return  $s_{best}$  ▷ Melhor  $s$  deve ser armazenada
```

## Componentes de *design*



De forma geral o ILS possui 3 componentes de *design*:

1. **O método de perturbação:** é o componente de exploração do algoritmo.
2. **Intensificação:** é o componente de intensificação, pode ser uma caixa preta, ou seja, qualquer metaheurística de solução única pode ser usada.
3. **Aceitação:** critério que decide se a nova solução intensificada será usada na próxima iteração.

## Componentes de *design*

A premissa do ILS é que a componente de **perturbação** deve ser mais eficiente do que um **reinício aleatório**, onde uma solução independente aleatória seria gerada em toda iteração. Perturbando **uma parte** da solução garante que estaremos explorando o espaço de busca, mas em uma região não muito afastada do ótimo local.

Vale ressaltar que essa abordagem depende do *fitness landscape*, pode ser que um algoritmo com reinício aleatório seja mais eficiente. Dessa forma, um primeiro exercício no design de um ILS é **executar uma perturbação viesada e comparar com o reinício totalmente aleatório**.

### OBSERVAÇÃO

Podemos usar as próprias vizinhanças para o componente de perturbação. Por exemplo, para o TSP podemos perturbar uma solução com diversos movimentos SWAPS aleatórios. Uma boa decisão de design é usar uma vizinhança para a perturbação **diferente daquela usada na componente de intensificação**. Dessa forma a probabilidade de **ciclagem** das soluções é reduzida.

## Variable Neighborhood Search (VNS) - A ideia geral

## VNS - A ideia geral

Como no ILS, o VNS (variable neighborhood search - busca em vizinhança variável) tenta escapar de ótimos locais, porém parte das seguintes premissas:

1. A escolha de uma vizinhança  $\mathcal{N}_1$  define um *fitness landscape*  $\mathcal{F}_1$ .
2. Todo *fitness landscape* possui um ótimo local.
3. O ótimo global é um ótimo local, referente a alguma vizinhança  $\mathcal{N}_i$ .

## VNS - A ideia geral

Dessa forma, a ideia do **VNS** é explorar sucessivamente um conjunto pré-definido de vizinhanças. A busca é feita de forma **aleatória** ou **sistemática** no conjunto de vizinhanças (dando origem a variantes), obtendo diferentes ótimos locais. A forma mais comum de VNS é chamada de **VND** (*variable neighborhood descent*).

O VND é uma variante determinística do VNS. O VND usa sucessivas vizinhanças de forma descendente em buscas locais.

## VND - A ideia geral

1. Inicialmente é necessário definir um conjunto  $\mathcal{N}_l (l = 1, \dots, l_{max})$  de vizinhanças. Seja  $\mathcal{N}_1$  a primeira vizinhança a ser usada, e  $x$  uma solução inicial.

## VND - A ideia geral

1. Inicialmente é necessário definir um conjunto  $\mathcal{N}_l (l = 1, \dots, l_{max})$  de vizinhanças. Seja  $\mathcal{N}_1$  a primeira vizinhança a ser usada, e  $x$  uma solução inicial.
2. Se uma melhoria na solução  $x$  na vizinhança atual  $\mathcal{N}_l(x)$  não é possível, a estrutura de vizinhança é alterada de  $\mathcal{N}_l$  para  $\mathcal{N}_{l+1}$ .

## VND - A ideia geral

1. Inicialmente é necessário definir um conjunto  $\mathcal{N}_l (l = 1, \dots, l_{max})$  de vizinhanças. Seja  $\mathcal{N}_1$  a primeira vizinhança a ser usada, e  $x$  uma solução inicial.
2. Se uma melhoria na solução  $x$  na vizinhança atual  $\mathcal{N}_l(x)$  não é possível, a estrutura de vizinhança é alterada de  $\mathcal{N}_l$  para  $\mathcal{N}_{l+1}$ .
3. Se uma melhoria na solução atual  $x$  é encontrada, retorna-se a estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}_1(x)$ , e a busca é reiniciada.

## VND - A ideia geral

1. Inicialmente é necessário definir um conjunto  $\mathcal{N}_l (l = 1, \dots, l_{max})$  de vizinhanças. Seja  $\mathcal{N}_1$  a primeira vizinhança a ser usada, e  $x$  uma solução inicial.
2. Se uma melhoria na solução  $x$  na vizinhança atual  $\mathcal{N}_l(x)$  não é possível, a estrutura de vizinhança é alterada de  $\mathcal{N}_l$  para  $\mathcal{N}_{l+1}$ .
3. Se uma melhoria na solução atual  $x$  é encontrada, retorna-se a estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}_1(x)$ , e a busca é reiniciada.
4. O algoritmo termina quando nenhuma vizinhança  $\mathcal{N}_l$  melhorar a solução atual.

## VND - A ideia geral

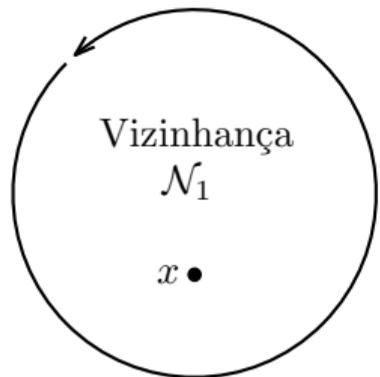
1. Inicialmente é necessário definir um conjunto  $\mathcal{N}_l (l = 1, \dots, l_{max})$  de vizinhanças. Seja  $\mathcal{N}_1$  a primeira vizinhança a ser usada, e  $x$  uma solução inicial.
2. Se uma melhoria na solução  $x$  na vizinhança atual  $\mathcal{N}_l(x)$  não é possível, a estrutura de vizinhança é alterada de  $\mathcal{N}_l$  para  $\mathcal{N}_{l+1}$ .
3. Se uma melhoria na solução atual  $x$  é encontrada, retorna-se a estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}_1(x)$ , e a busca é reiniciada.
4. O algoritmo termina quando nenhuma vizinhança  $\mathcal{N}_l$  melhorar a solução atual.

**OBS:** A estratégia do VND vai ser **mais efetiva** se as diferentes estruturas de vizinhanças usadas forem **complementares** entre si, no sentido de que o ótimo local para uma vizinhança  $\mathcal{N}_i$  não será um ótimo local para a vizinhança  $\mathcal{N}_j$ .

## VND - A ideia geral

**Podemos visualizar esse processo mais facilmente por meio de um fluxograma.**

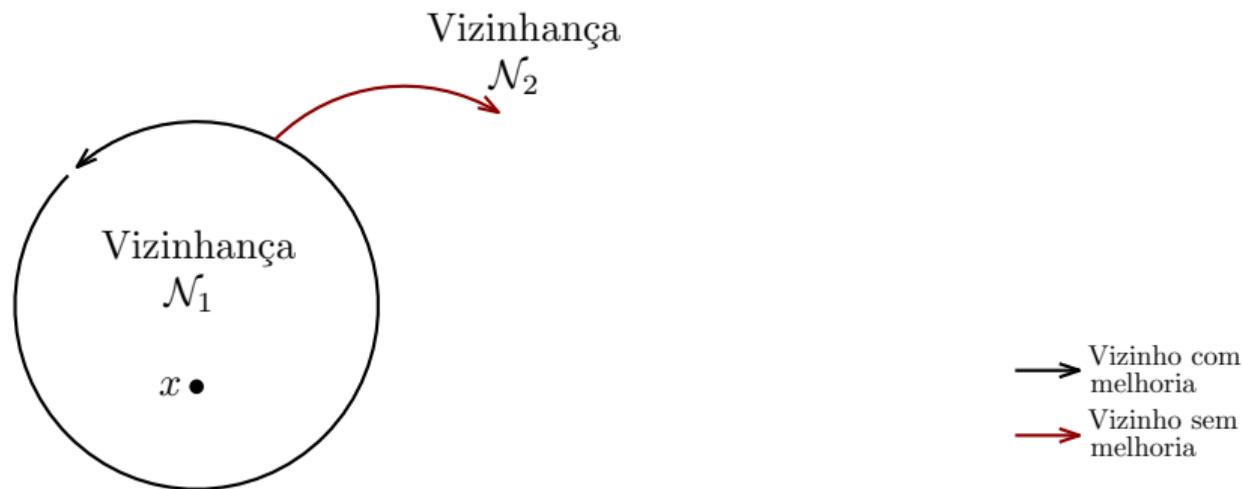
# VND - Fluxograma



→ Vizinho com melhoria

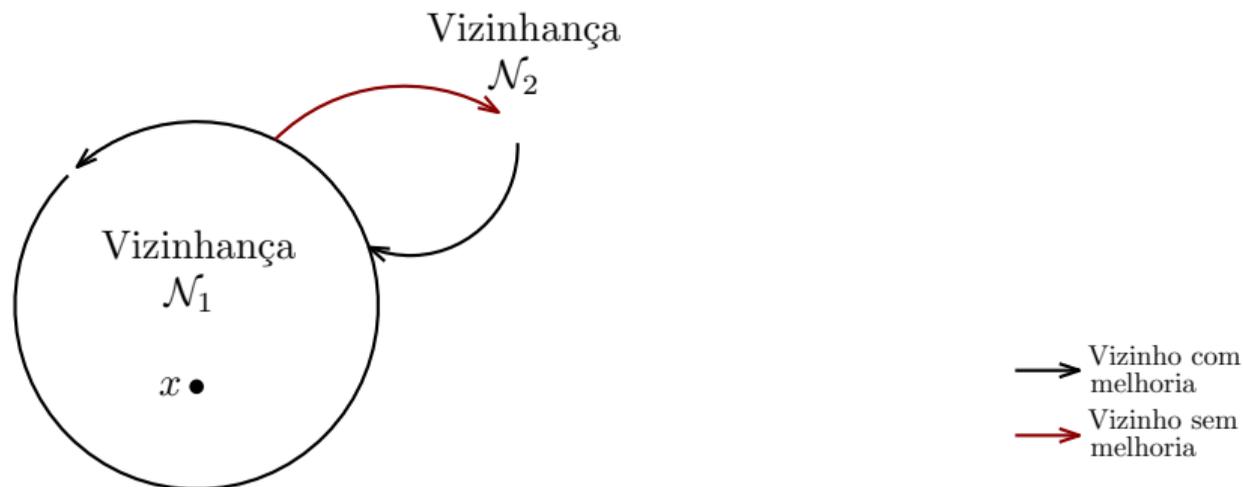
A busca local é aplicada usando a vizinhança  $\mathcal{N}_1$

# VND - Dinâmica



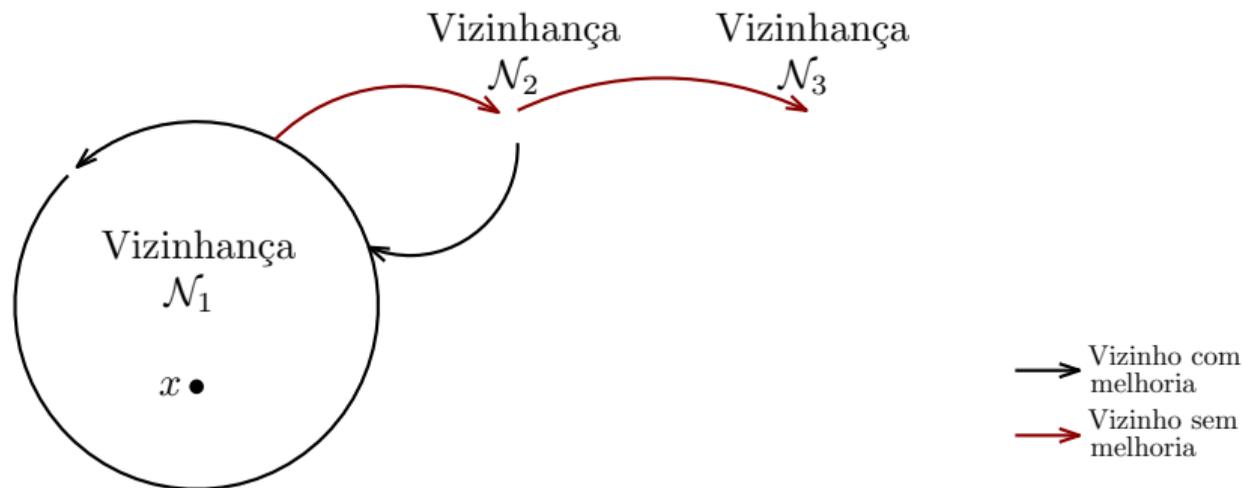
Quando a solução não pode mais ser melhorada (ótimo local), troca-se para  $\mathcal{N}_2$ .

# VND - Dinâmica



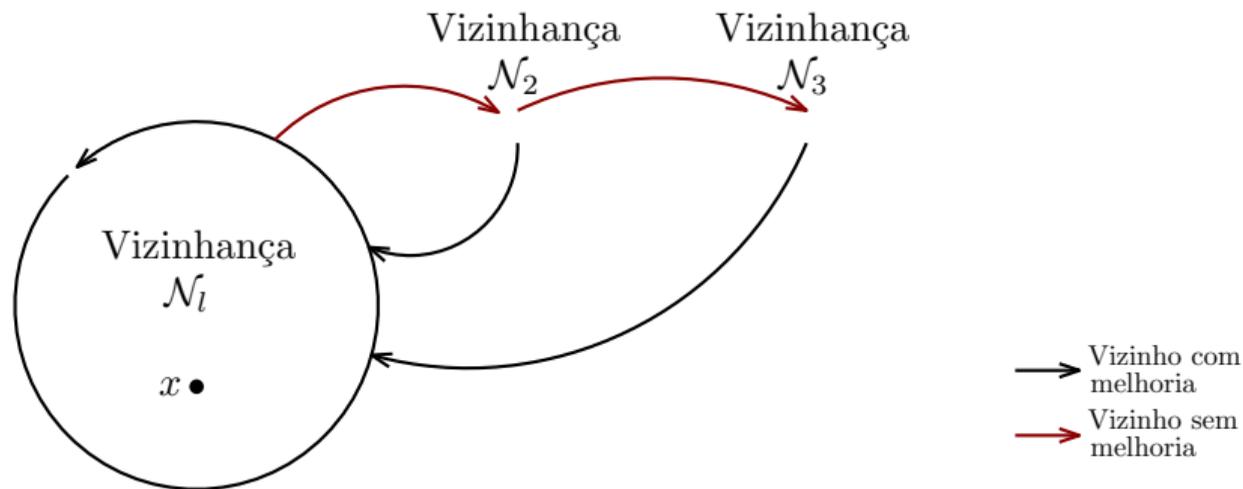
Novamente, uma busca local é executada em  $\mathcal{N}_2$ . Se a solução foi melhorada, volta-se para  $\mathcal{N}_1$ .

## VND - Dinâmica



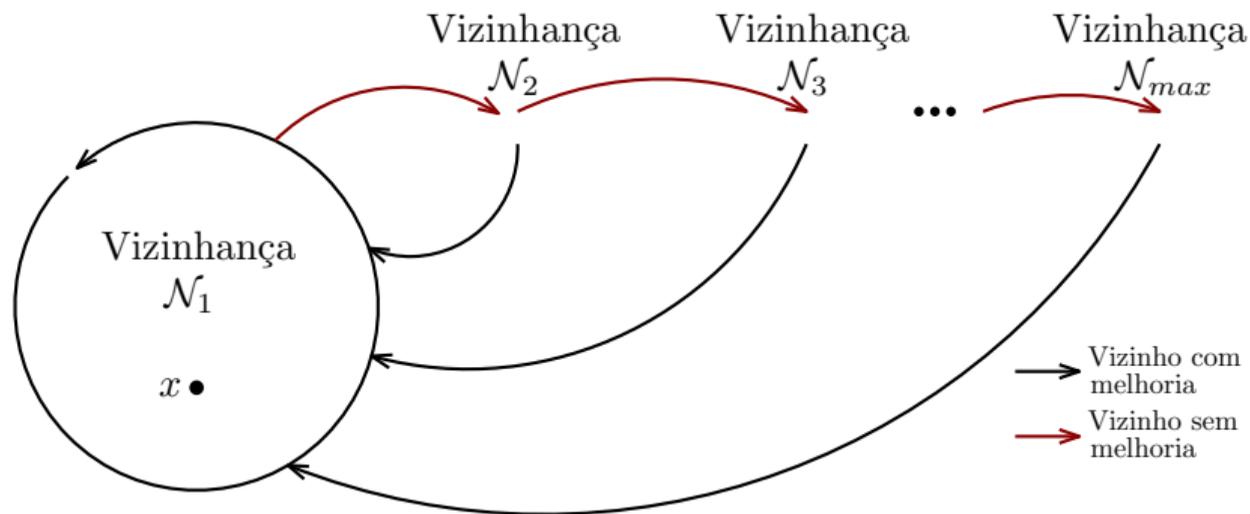
Quando tanto  $\mathcal{N}_1$  quanto  $\mathcal{N}_2$  não melhorarem  $x$ , ativa-se  $\mathcal{N}_3$ .

## VND - Dinâmica



A busca segue dessa forma, até o momento em que nenhuma vizinhança conseguir melhorar a solução  $x$ .

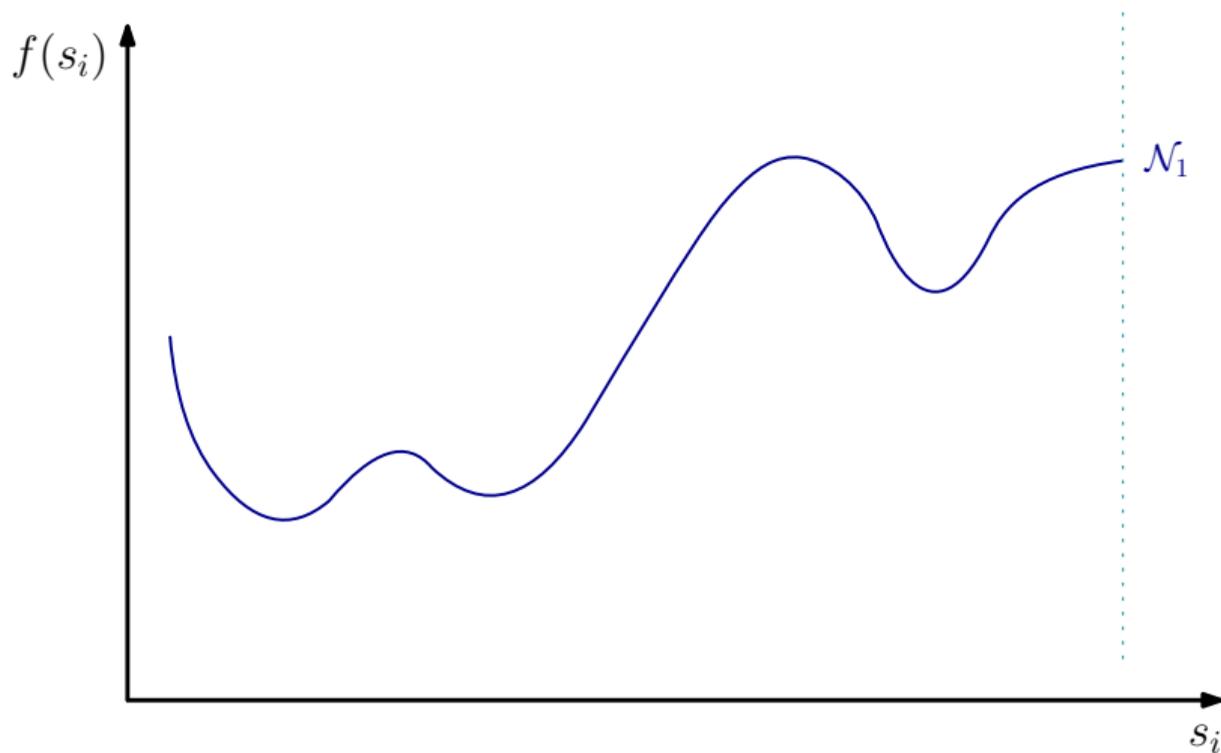
## VND - Dinâmica



A busca segue dessa forma, até o momento em que nenhuma vizinhança conseguir melhorar a solução  $x$ .

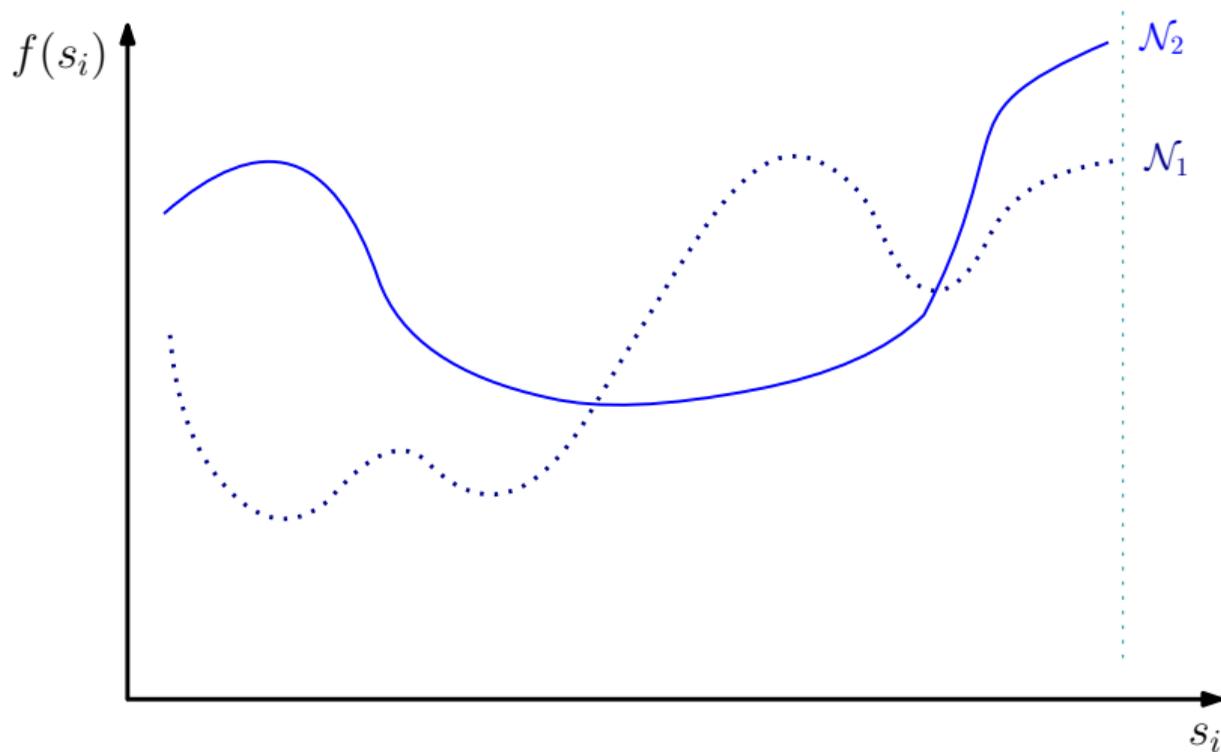
VND No *fitness landscape*

## VND - Fitness landscape



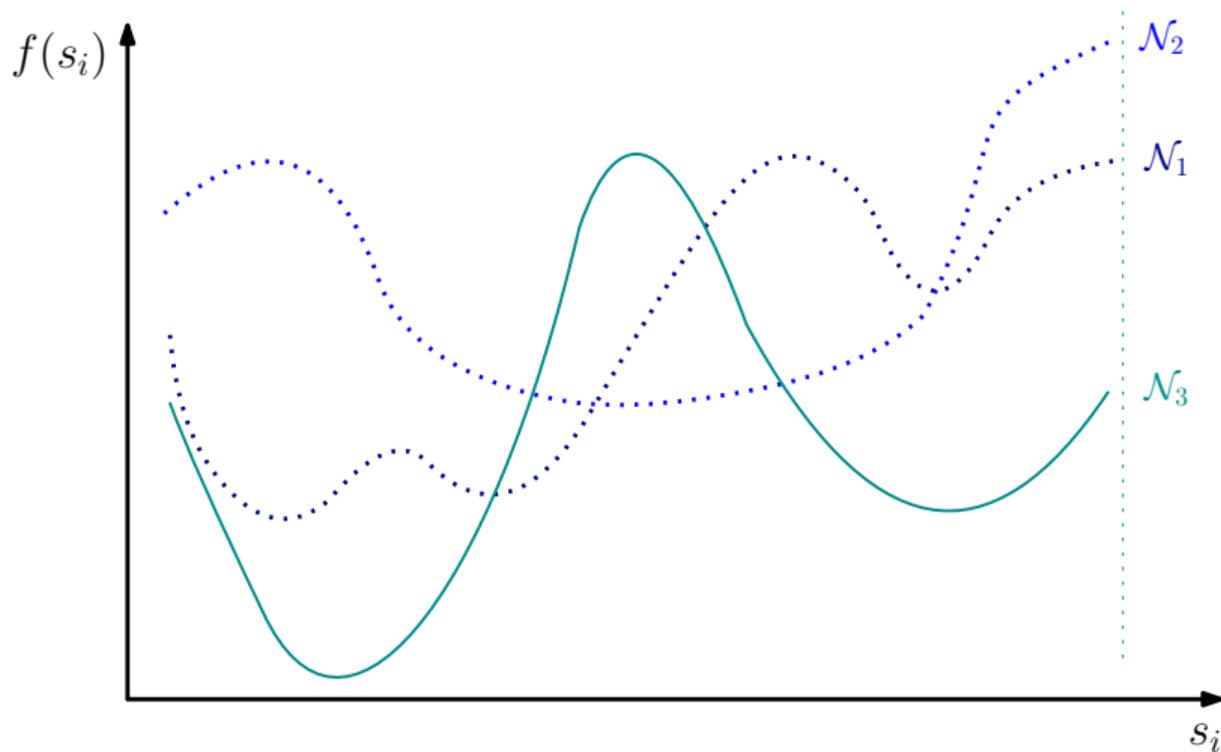
Sejam as vizinhanças  $\mathcal{N}_1$ ,  $\mathcal{N}_2$  e  $\mathcal{N}_3$ .

## VND - Fitness landscape



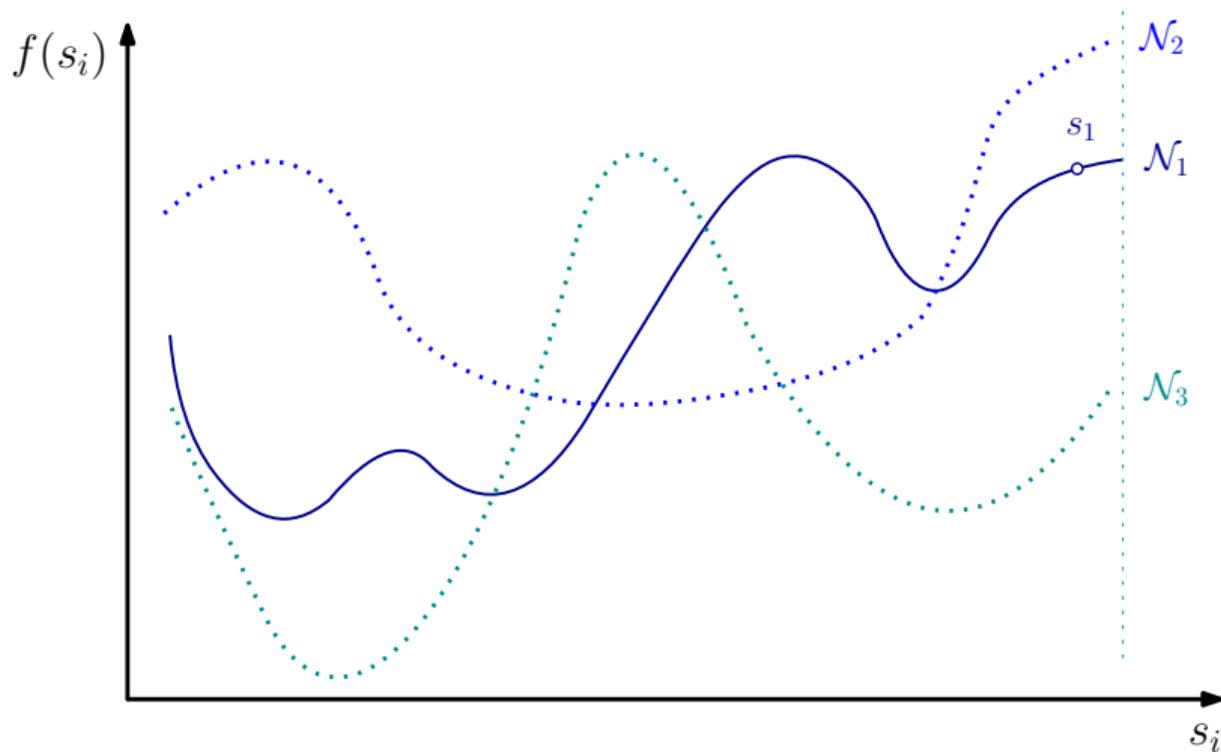
Sejam as vizinhanças  $\mathcal{N}_1$ ,  $\mathcal{N}_2$  e  $\mathcal{N}_3$ .

## VND - Fitness landscape



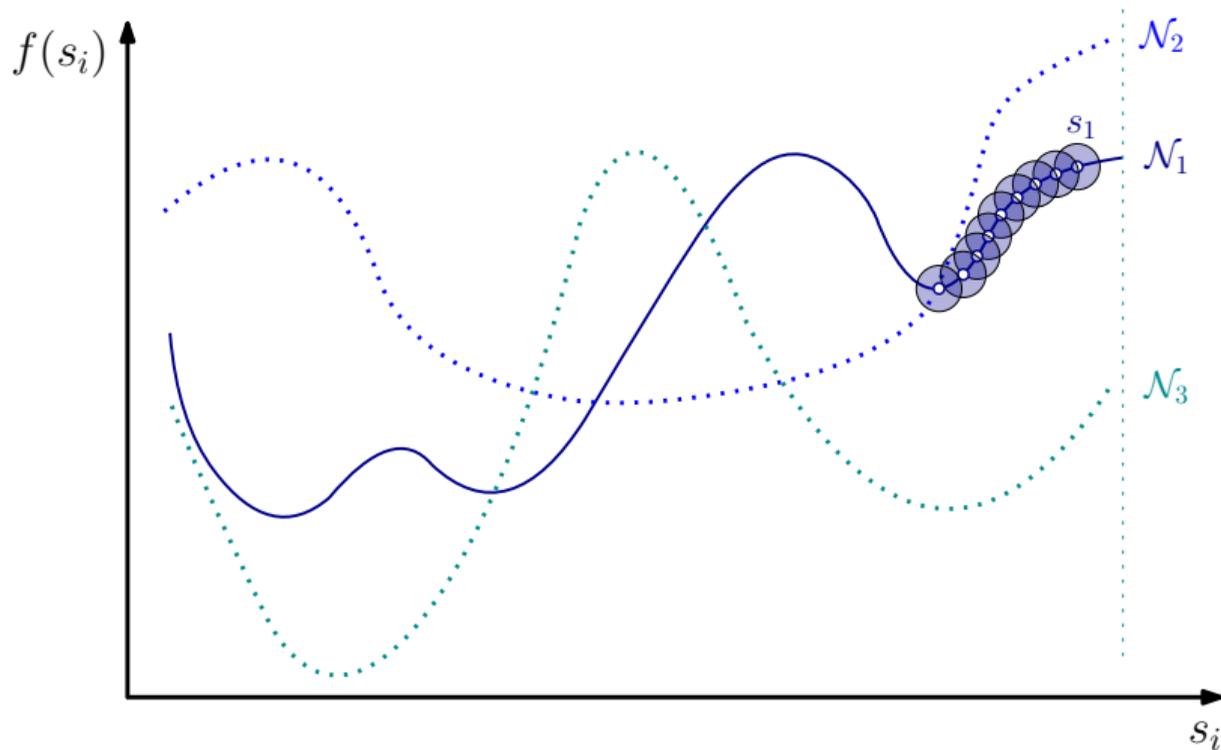
Sejam as vizinhanças  $\mathcal{N}_1$ ,  $\mathcal{N}_2$  e  $\mathcal{N}_3$ .

# VND - Fitness landscape



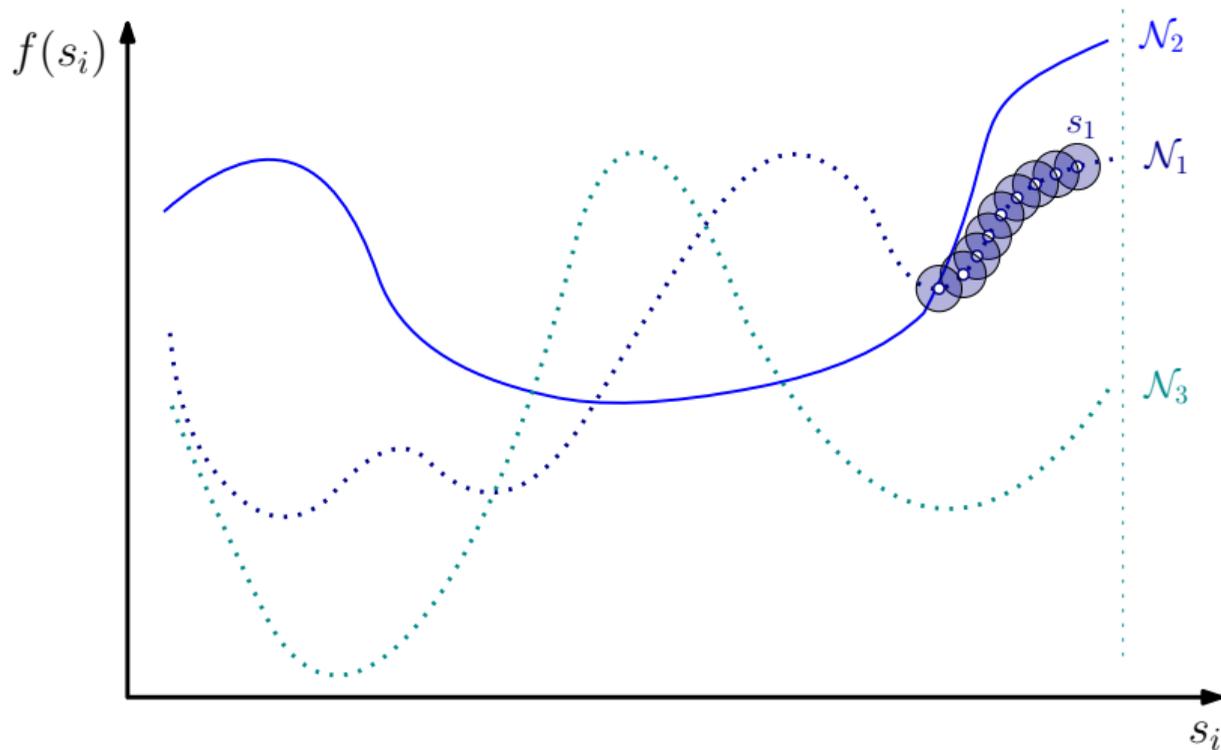
Com uma solução inicial  $s_1$

# VND - Fitness landscape



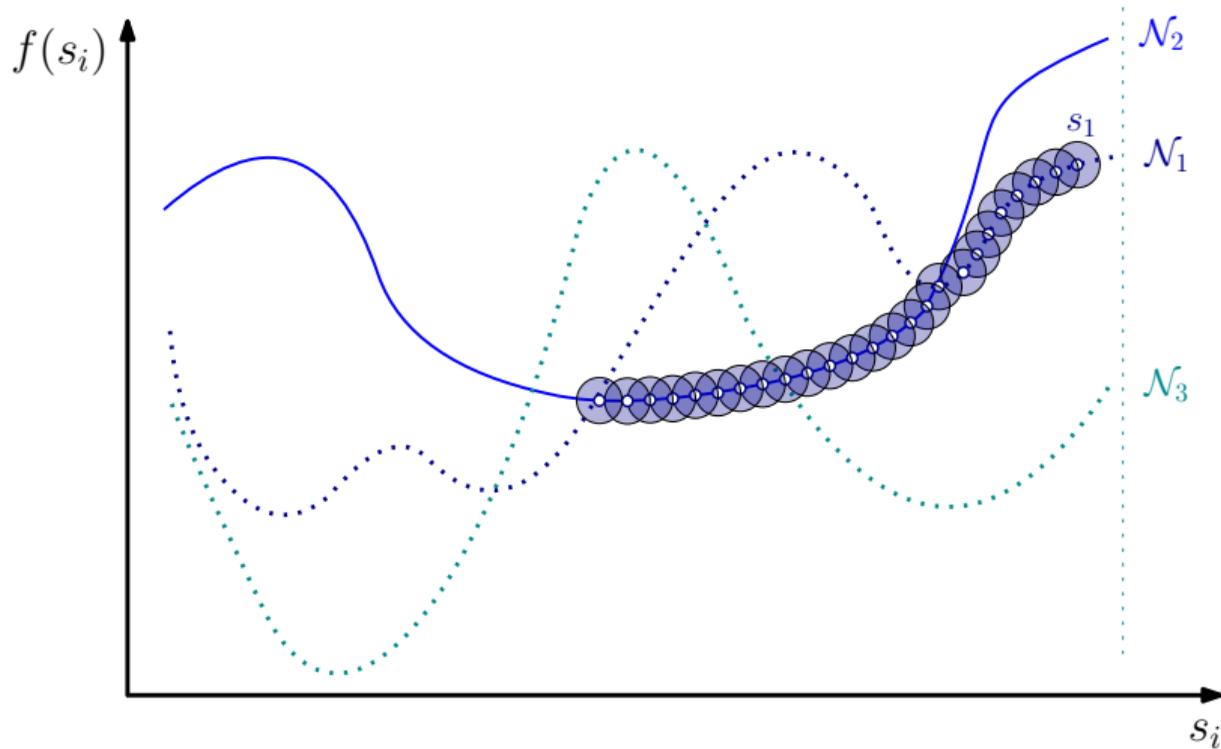
Aplicamos uma busca local em  $\mathcal{N}_1(s_1)$

# VND - Fitness landscape



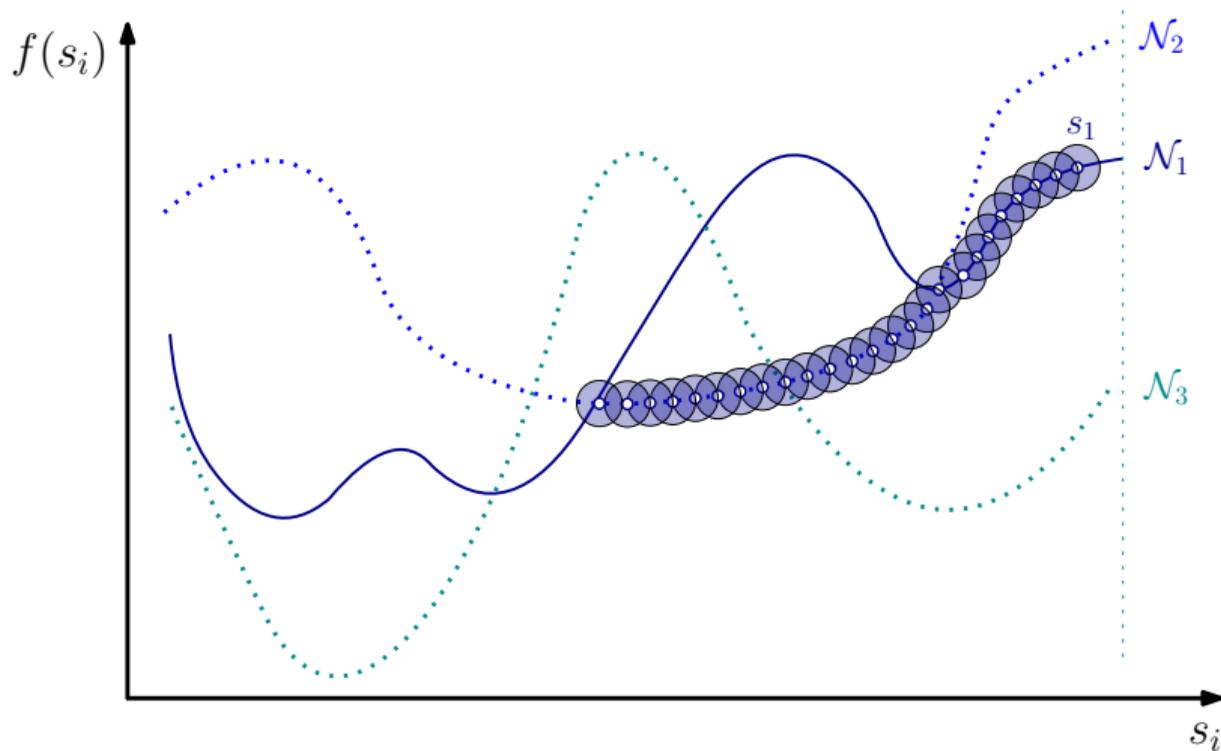
Quando o ótimo local é encontrado, ativamos  $\mathcal{N}_2$

# VND - Fitness landscape



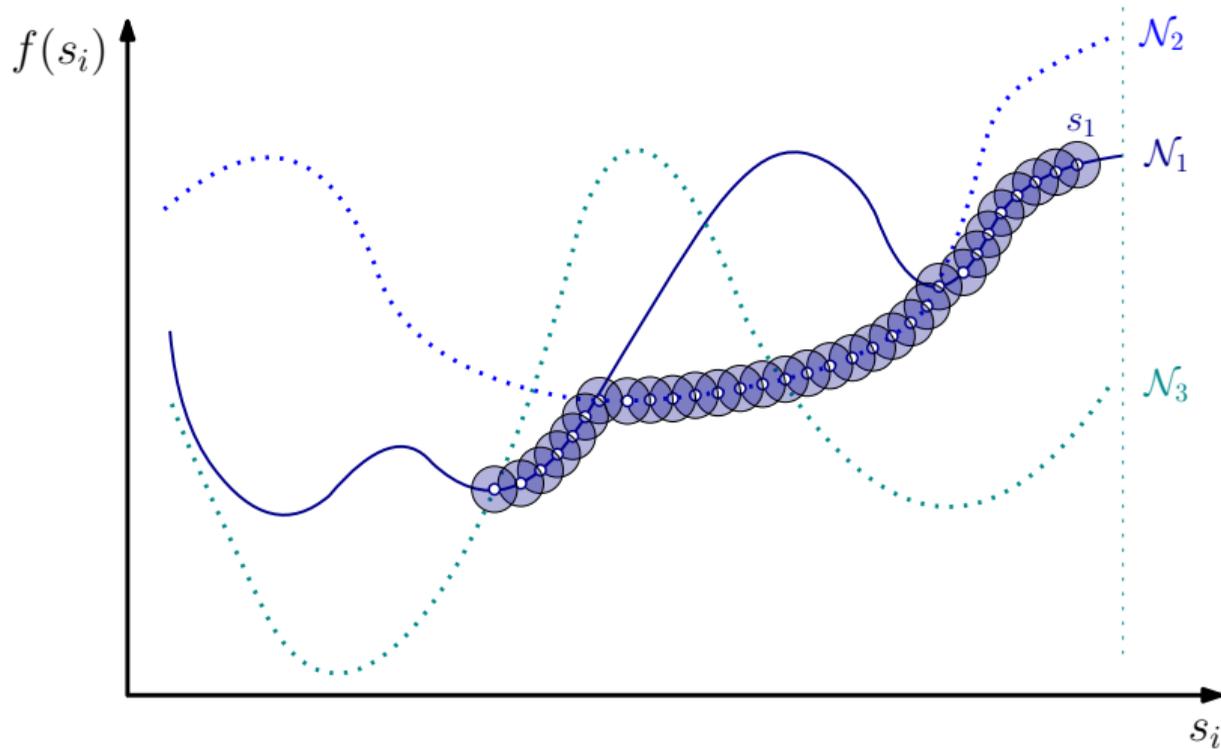
E intensificamos a solução.

# VND - Fitness landscape



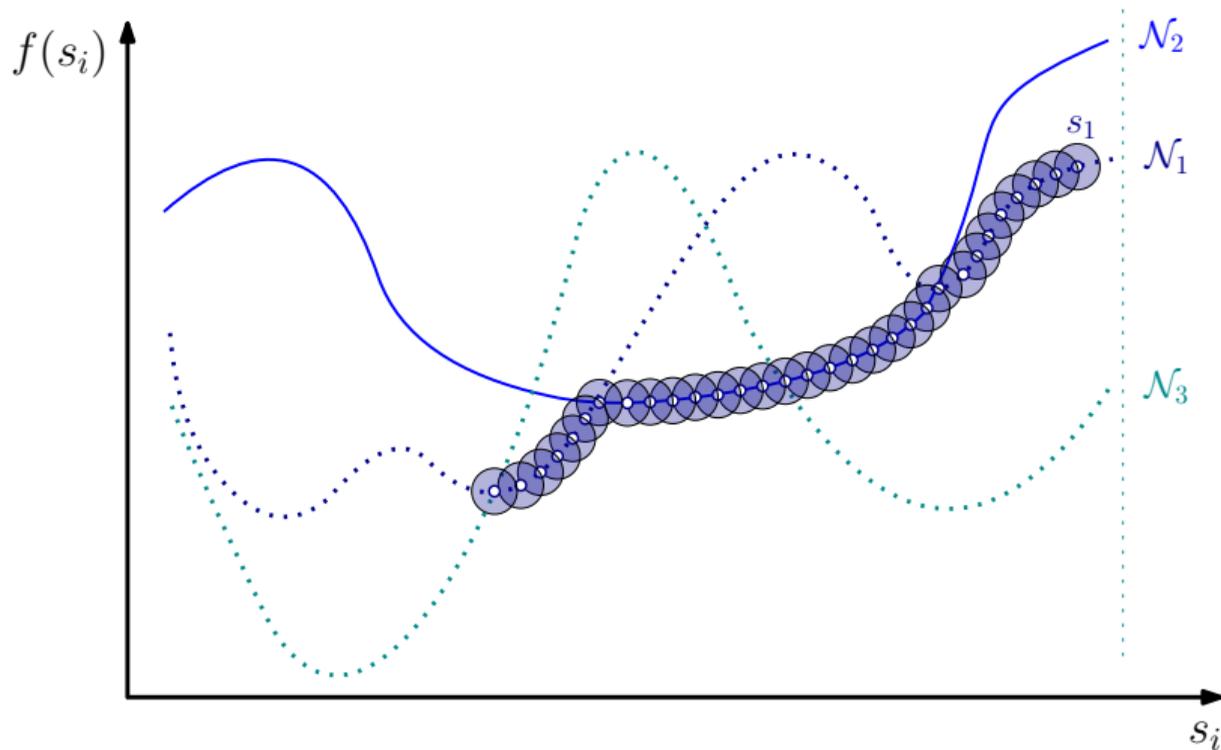
Como  $\mathcal{N}_2$  produziu uma melhoria, voltamos para  $\mathcal{N}_1$

# VND - Fitness landscape



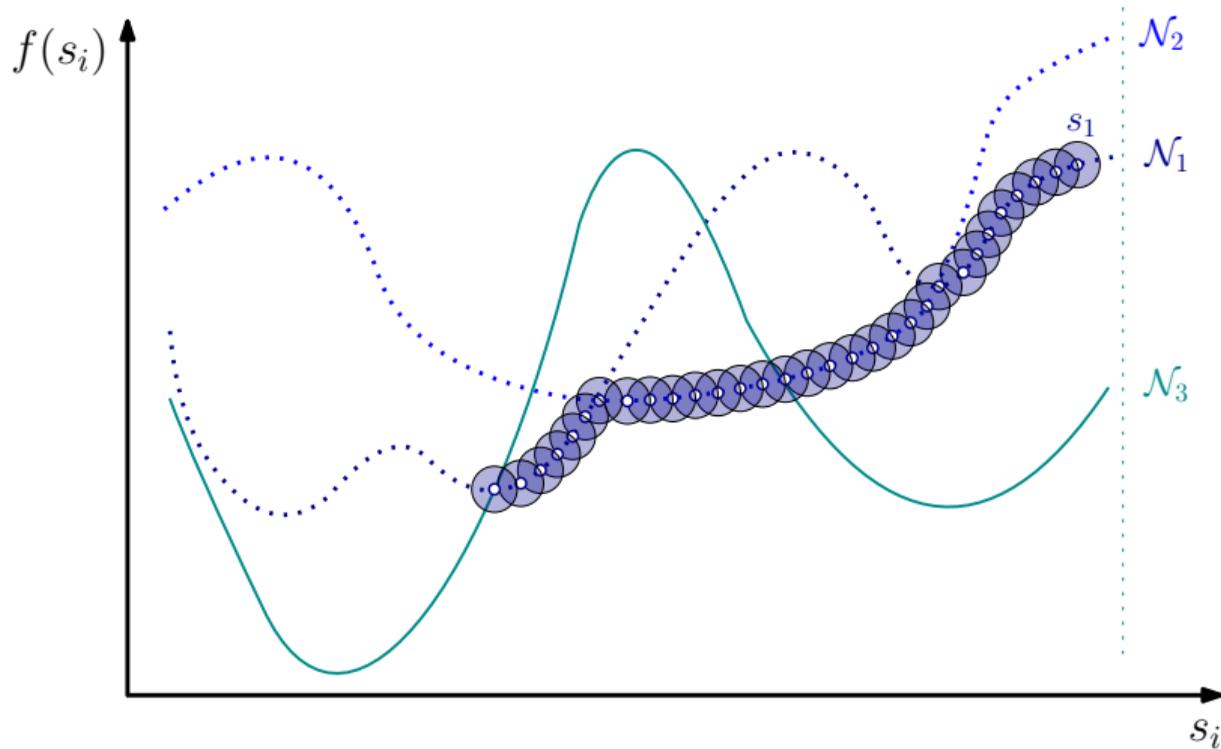
E intensificamos novamente.

## VND - Fitness landscape



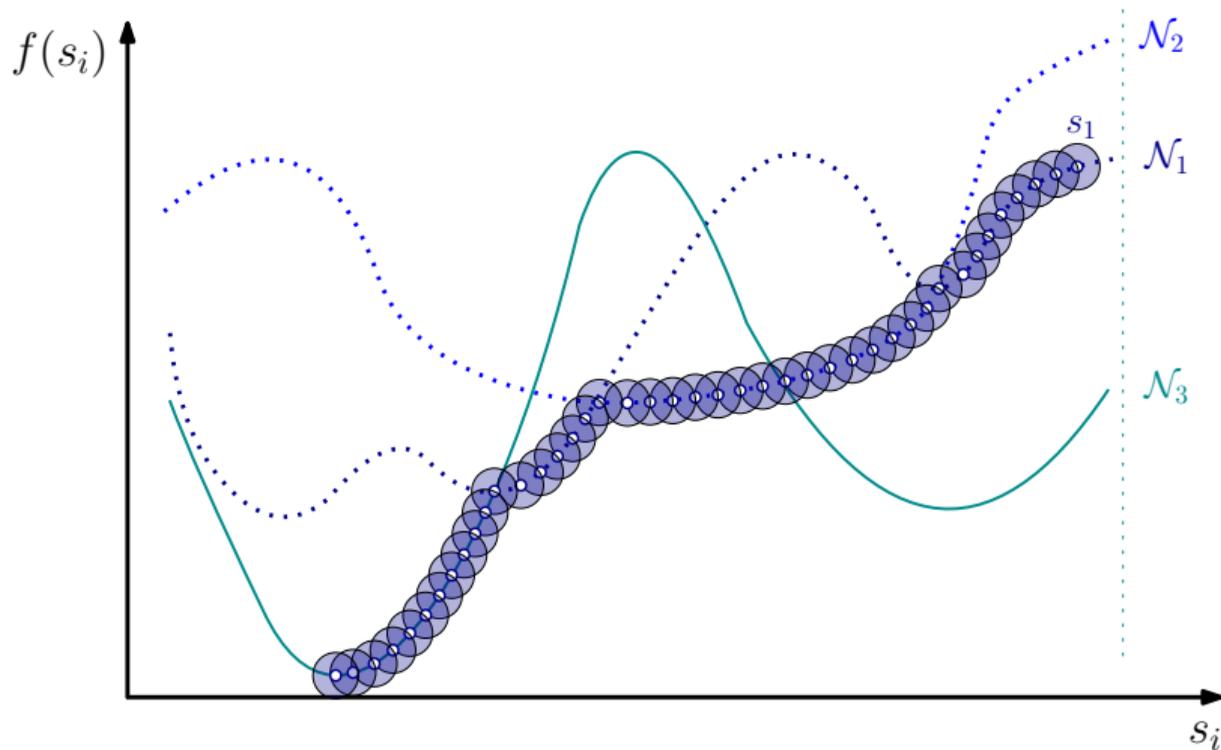
Novamente ativamos  $\mathcal{N}_2$ , que não produz melhoria.

# VND - Fitness landscape



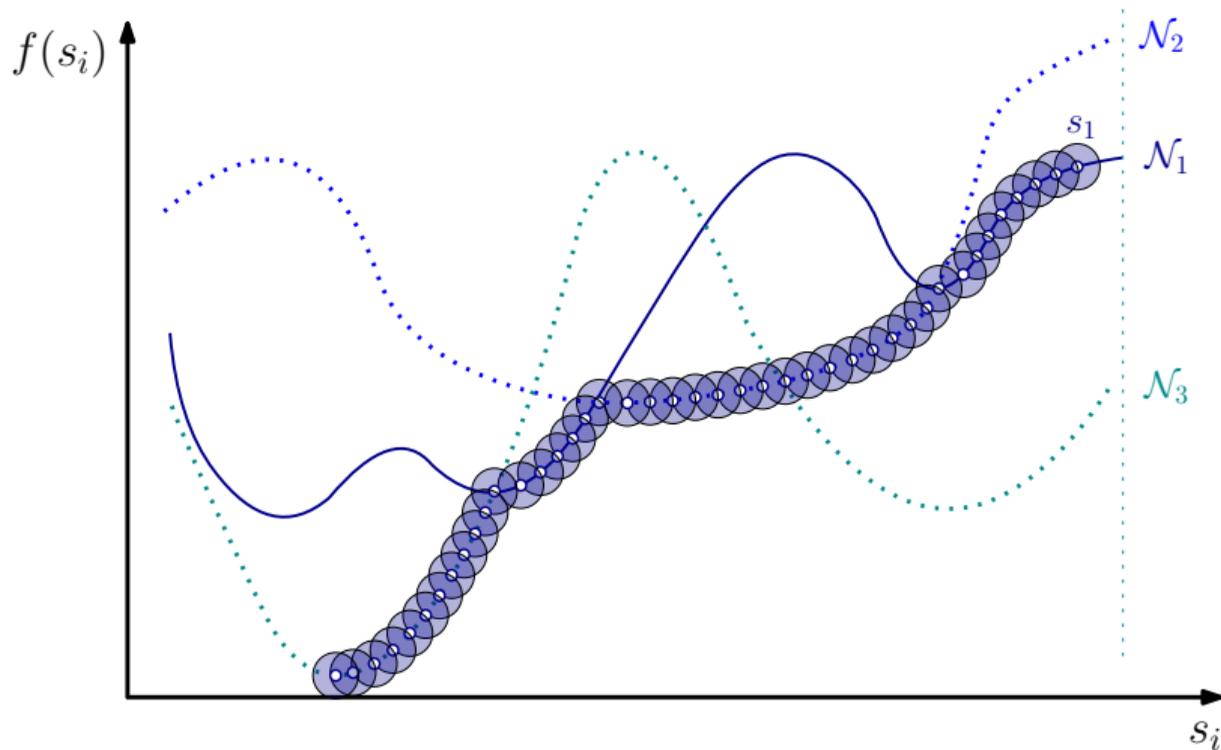
Ativamos então  $\mathcal{N}_3$ .

# VND - Fitness landscape



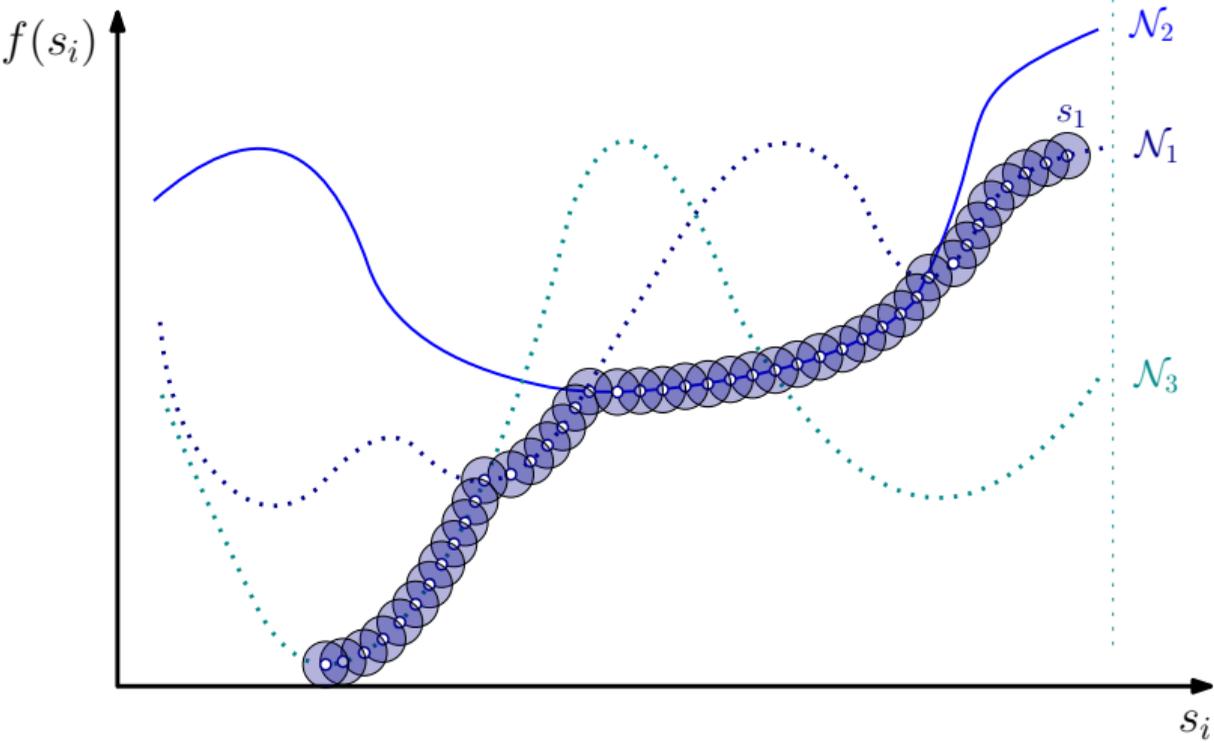
E intensificamos, melhorando a solução.

## VND - Fitness landscape



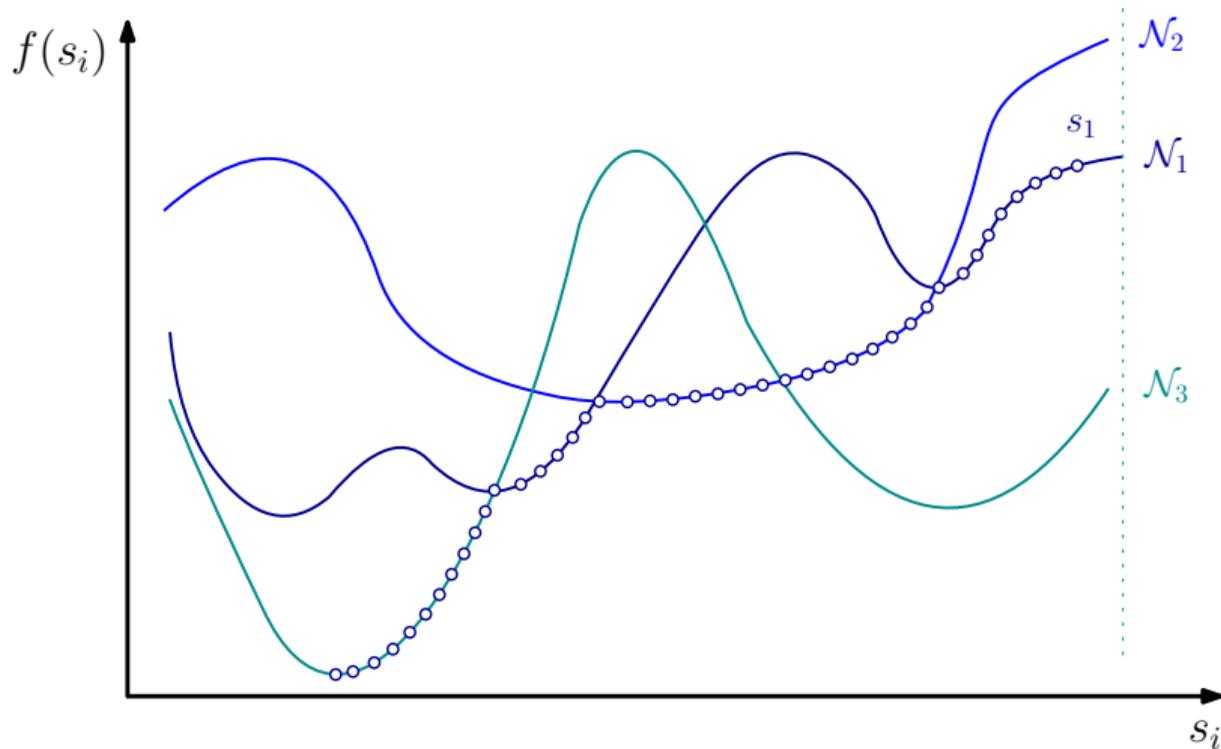
Como houve melhoria, voltamos para  $\mathcal{N}_1$  (sem melhoria).

# VND - Fitness landscape



E em seguida para  $\mathcal{N}_2$  (sem melhoria).

## VND - Fitness landscape



Assim, nenhuma das vizinhanças produziu melhoria, de forma que o algoritmo é finalizado.

# VND - Pseudocódigo

# Pseudocódigo

Abaixo segue um pseudocódigo template do VND.

---

## Algorithm 2 Template genérico VND

---

```
 $s_0 = \text{GeraSolInicial}()$  ▷ Gera uma solução inicial  
 $l = 1$   
while  $l < l_{max}$  do  
     $s' = \text{BuscaLocal}(\mathcal{N}_l, s_0)$   
    if  $f(s') < f(s_0)$  then  
         $s_0 = s'$   
         $l = 1$   
    else  
         $l = l + 1$   
    end if  
end while  
return melhor  $s$ . ▷ Melhor  $s$  deve ser armazenada
```

# Atividades

## Exemplo - TSP

**EXEMPLO:** Implemente um algoritmo ILS para a resolução do TSP com as seguintes características:

1. Intensificação: busca local com 2-opt
2. Perturbação: SWAP e reinício aleatório (2 algoritmos diferentes)

**EXEMPLO:** Implemente um algoritmo VND para a resolução do TSP com as seguintes estruturas de vizinhanças: 2-OPT, SWAP e 1-SHIFT (leia no artigo) [1993 - Further results on the probabilistic traveling salesman problem- Bertsimas](#)

Use as instancias do TSPLib para verificar a sua eficácia. Lembre de rodar diversos testes para calibrar os parâmetros do algoritmo.

# Atividade I

- 1 Qual o principal componente do **ILS** que o permite sanar a deficiência da busca local?
- 2 Quais são os parâmetros do **ILS** que devem ser calibrados?
- 3 Qual o principal componente do **VND** que o permite sanar a deficiência da busca local?
- 4 Considerando o artigo [2000 - A study of exponential neighborhoods for the Traveling Salesman Problem - Daineko, Woeginger](#), entenda como funciona a vizinhança **ASSIGN**. Qual é a relação da vizinhança com o problema da designação? Faça um esboço de como isso funciona.
- 5 Considerando os pseudocódigos do ILS e do VND. Pense em um design de algoritmo que **combine características** dos dois algoritmos.

---

## Algorithm 3 Template genérico VND

---

$s_0 = \text{GeraSolInicial}()$  ;  $l = 1$      $\triangleright$  Gera uma solução inicial

**while**  $l < l_{max}$  **do**

$s' = \text{BuscaLocal}(\mathcal{N}_l, s_0)$

**if**  $f(s') < f(s_0)$  **then**

$s_0 = s'$  ;

$l = l + 1$

**else**

$l = l + 1$

**end if**

**end while**

**return** melhor  $s$ .     $\triangleright$  Melhor  $s$  deve ser armazenada

---

---

## Algorithm 4 Template genérico ILS

---

$s_0 = \text{GeraSolInicial}()$      $\triangleright$  Gera uma solução inicial

$s_* = \text{Intensificacao}(s_0)$      $\triangleright$  Busca local

**repeat**

$s' = \text{PerturbaSol}(s_*)$

$s'_* = \text{Intensificacao}(s')$

$s_* = \text{CriterioDeAceite}(s_*, s'_*)$      $\triangleright$  Aceita

$s'_*$  ou não

**until** Critério de parada

**return** melhor  $s$ .     $\triangleright$  Melhor  $s$  deve ser armazenada

---

## Atividade II

- 1 Considerando o seu problema escolhido para a disciplina. Encontre 2 artigos científicos que usam ILS ou VND (ou usam ILS/VND como uma parte de outro algoritmo) para resolver o problema.